

有限変形法による 構造解析プログラム FINAM/VFIX の紹介

森 正 忠*
田 中 喜 隆**

1. はじめに

吊橋など構造物によっては、荷重と変位が比例関係にあると仮定すれば不合理となり、通常用いられる弾性理論による解析では十分な精度の結果が得られないものがある。

ここで紹介する FINAM/VFIX プログラムは、このような構造物に固定荷重が作用した場合の解析に適用するために作成したものであり、任意形状の平面構造物の非線形解析に使用できる。たとえば吊橋の架設途中の形状や断面力を求める場合などに有用である。解法は有限変形法を用いており、格点の変位量を未知数とする多元連立高次方程式をマトリックスに組み立て解析する。本文では、このプログラムの機能に重点を置いて紹介する。

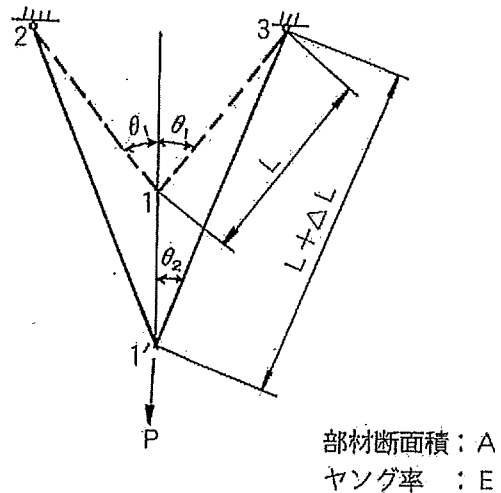


図-1

2. FINAM/VFIX 諸元

任意形平面骨組構造物の面内固定荷重解析プログラム

解析方法：有限変形法

格点数：最大400格点（拡張可能）

部材数：最大600部材（拡張可能）

支持条件：固定、バネ支点、傾斜支点

諸機能：非抗圧部材処理、せん断変形考慮、順次載荷、温度変化、強制変位

3. 有限変形法について

簡単な例として、図-1のモデルで説明する。図-1の破線の状態に、鉛直荷重Pが作用して実線の形状になるものとする。荷重による変形を無視して、変形前の状態で釣り合っていると仮定して解けば、1~2部材の軸力Nは

$$N = \frac{P}{2} \frac{1}{\cos \theta_1} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

また、フックの法則より、1~2部材の変形量 ΔL は

$$\Delta L = L \frac{1}{EA} \frac{P}{2 \cos \theta_1} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

θ_1 は荷重に関係なく一定であると考えるので、変形量 ΔL は荷重

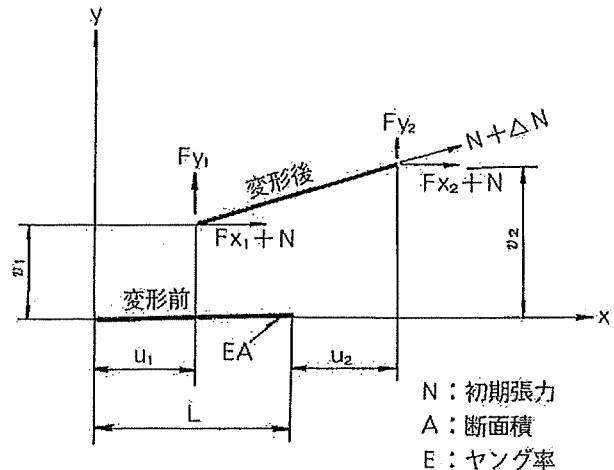


図-2

Pに比例する。

微小変形理論は、このような仮定のもとに解析する方法である。ところが実際には、部材は変形後の形状で釣り合っているので、部材の変形量 ΔL は

$$\Delta L = L \frac{1}{EA} \frac{P}{2 \cos \theta_2} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

となるが、 θ_2 も ΔL の関数であるので、荷重と変形量は比例しない。有限変形法では、このように変形を考慮して解析する。

有限変形法による解析法には多数あるが、本プログラムでは、そ

* コスモ技研㈱システム部課長代理
** コスモ技研㈱システム部主任

$$\begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \left(\frac{N}{EA} + \frac{4U}{L} \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\Delta V}{2L} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\Delta V^2}{2L^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

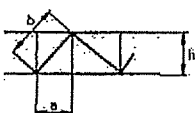
ただし $\Delta U = u_2 - u_1$
 $\Delta V = v_2 - v_1$

の中から川口らの理論に基づき、それを拡張して用いている。この理論についての詳しい説明は省略するが、図-2の軸力部材の剛性マトリックスを式(3-5)に示す。なお構造全体の剛性方程式は、精度を上げるためにニュートンラプソン法を用いて解いている。

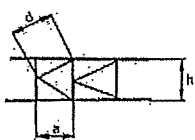
4. せん断変形処理について

長大吊橋を解析する場合、補剛トラスをそのままの形状で入力しようとするれば、格点数および部材数が多くなり、その結果演算時間が非常に長くなる。そこで一般的には、トラスをビームに置き換えて解析する方法がよく用いられる。この場合トラスとビームのたわみ性状が等しくなるような解析方法でなければならない。本プログラムではビームのせん断変形を考慮して解析できるので、トラスの上下弦材の変形に対してはビームの曲げ剛性に、トラスの斜材の変形に対してはビームのせん断剛性に、それぞれ換算する事により正確に解析する事ができる。

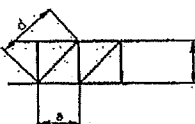
せん断変形に関係するせん断断面積の計算法として、Saint-Venant Torsion の理論による各種トラスの換算式を式(4-1)~(4-3)



$$A_n = \frac{E}{G} \frac{ah^2}{\frac{d^3}{AD} + \frac{h^3}{3} \left(\frac{1}{A_u} + \frac{1}{A_L} \right)} \quad (4.1)$$



$$A_s = \frac{E}{G} \frac{ah^2}{\frac{2d^3}{AD} + \frac{h^3}{4A_v} + \frac{a^3}{12} \left(\frac{1}{A_u} + \frac{1}{A_L} \right)} \quad (4.2)$$



$$A_s = \frac{E}{G} \frac{ah^2}{\frac{d^3}{AD} + \frac{h^3}{A_v} + \frac{a^3}{12} \left(\frac{1}{A_u} + \frac{1}{A_L} \right)} \quad (4.3)$$

- A_n : せん断断面積 (m²)
- E : ヤング係数 (G/m²)
- G : せん断弾性係数 (G/m²)
- AD : 斜材断面積 (m²)
- A_v : 鉛直材断面積 (m²)
- A_u : 上弦材断面積 (m²)
- A_L : 下弦材断面積 (m²)

に示す。

計算例として図-3の補剛トラスを有する吊橋と、この補剛トラスをビームに置き換えた図-4の吊橋を考え、支間左半分に $w = 2t/m$ の等分布荷重を載荷して、ハンガー下端のたわみを比較したものを示す。なお、ビームのモデルについては、せん断変形を考慮した場合とせん断変形を無視した場合について計算してある。計算結果を図-5に示す。トラスモデルとせん断変形を考慮したビームモデルのたわみは、最大2mm程度の差しかないが、せん断変形を無視したビームモデルでは、相当大きな差が生じる。

5. 非抗圧部材処理

非抗圧部材とは吊橋のハンガーのように、引張力に対しては抵抗でき、圧縮力に対しては抵抗できない部材をいう。

一般に用いる構造解析用のプログラムでは、構造の中に非抗圧部材を含んでいても、この部材に圧縮力が作用すれば、圧縮材として抵抗するため正確に解析できない。本プログラムでは非抗圧となる部材を指定すれば、その部材を自動的に引張力に対してのみ有効な

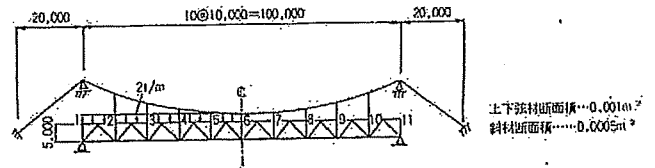


図-3

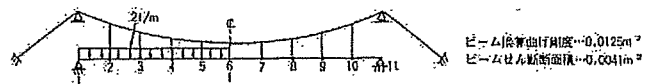


図-4

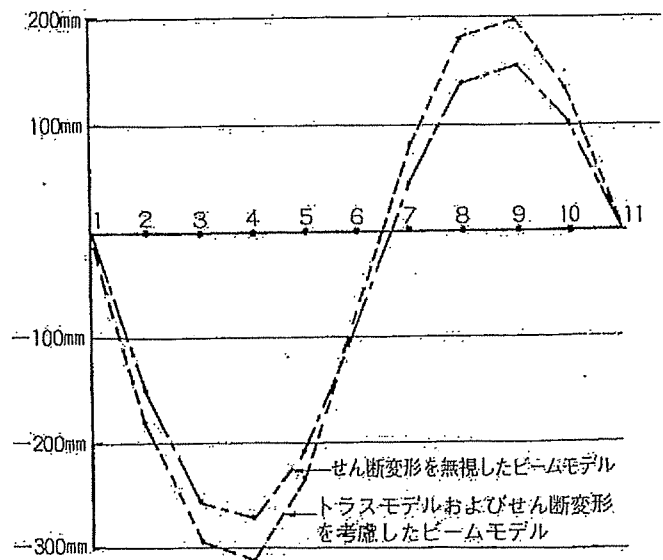
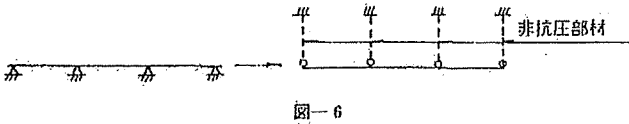


図-5 ハンガー下端の鉛直たわみ

部材として取り扱う事ができる。

非抗圧部材を含む構造には吊橋、斜張橋、ニールセン系橋梁などがある。本プログラムは任意の形状に対して解析が可能であるから、これら非抗圧部材を含むどのような形式の橋梁に対してでも適用できる。

また、次のような場合についても、この機能は有効である。架設用ベントは正の反力に対しては抵抗できるが、上揚力が作用した場合、浮き上ってしまい支点として働かない。これは本プログラムの非抗圧部材処理機能を利用して処理できる。図-6に示すように支



点を上から吊り下げた非抗圧部材に置き換えれば、上揚力は非抗圧部材に働く圧縮力となり、支点の浮き上りと同じ状態となる。計算例として図-7に示す架設途上の吊橋の補剛桁先端に、上向き1mの強制変位を与え、ハンガーを非抗圧部材とした場合と、しない場合での比較を示す。なお、各ハンガーには、すでに15tの引張力が作用しているものとする。計算結果のハンガー張力は、図-7の $T_2 \sim T_6$ となる。非抗圧処理しない場合、圧縮力が発生するハンガーは、格点6位置のハンガーのみである。非抗圧処理をした場合には、格点5および格点6位置の2本のハンガーが圧縮力により、たるんだ状態となる。補剛桁の曲げモーメントは、図-8のとおりである。

6. 順次載荷機能

構造物に荷重を次々に載荷する機能である。各荷重を載荷すると

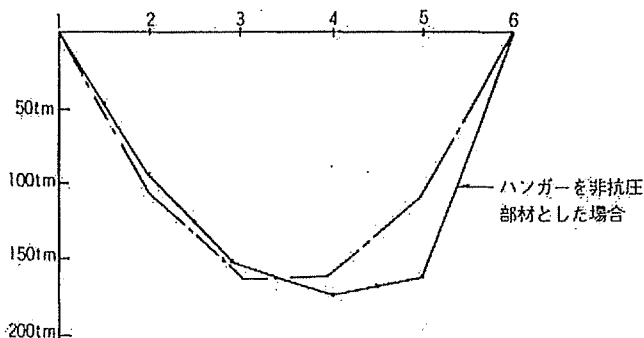
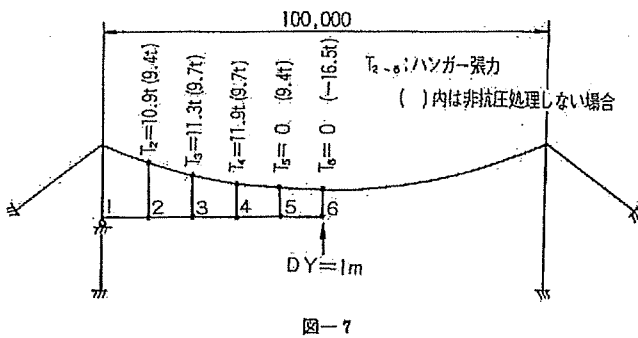


図-8 補剛桁曲げモーメント

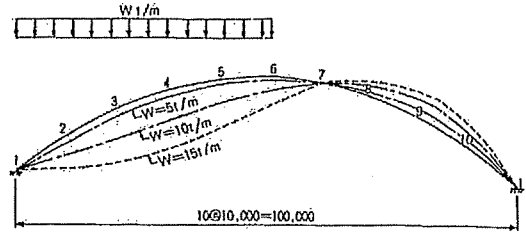


図-9

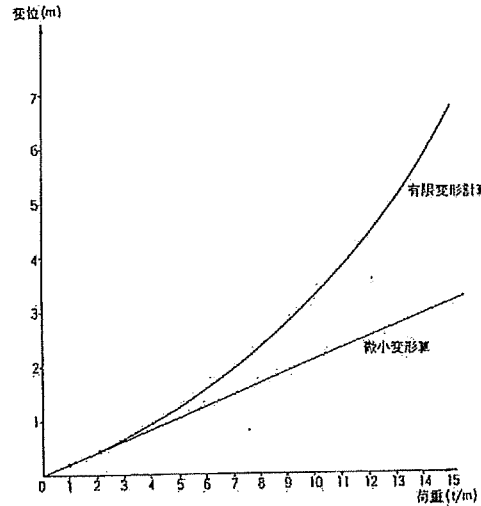


図-10 格点4の鉛直変位

とに、構造物の形状(座標)および断面力に変化するが、順次載荷では、変化した新しい構造に対して次の荷重を載荷する。たとえば、床版、舗装、添加物を順次載荷すれば変位および断面力は、床版載荷、床版+舗装載荷、床版+舗装+添加物載荷、の順に出力される。順次載荷を用いずに、床版+舗装+添加物を荷重として入力してもよいが、順次載荷の方が高精度の解が得られる。また、この機能を用いれば、荷重を徐々に増して載荷した場合の構造物の変形状態を追跡するのに便利である。

計算例として、2ヒンジアーチに等分布荷重を順次載荷した時の変形をあげる。図-9は支間100mの2ヒンジアーチの支間左半分にて等分布荷重を1t/mずつ増して載荷した。その中から5t/m, 10t/m, 15t/mを載荷した時の変形の状態を示す。また、格点4の鉛直変位と荷重の関係をグラフにして図-10に示す。比較のため微小変形計算の結果も記入した。

図-10において、微小変形計算では、荷重と変位が比例関係にあるため直線変化である。それに対して、有限変形計算では、荷重が2t/m程度までは直線変化に近いが、荷重が増加するにつれて微小変形計算との差が大きくなっている。

7. 初期張力

図-11において、「A」と「B」の構造の座標および部材の断面積は同じであるとする。ただし「A」は部材の自重のみであるが、「B」にはさらにおもりを吊り下げている。この2つの構造物に、同じ荷重Pを載荷する。当然おもりを吊り下げられた「B」の方が動かしにくく、変形は小さい。したがって、同じ荷重を作用させた

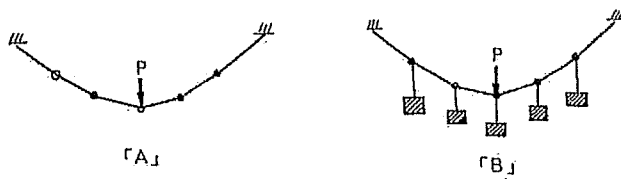


図-11

にもかかわらず、「A」と「B」の変形および断面力は異なる。

これは初期荷重であるおもりの影響によるものである。この初期荷重による部材力を初期張力という。本プログラムでは、初期張力の影響を考慮した解析が可能であり、「B」の状態でも厳密解を得る事ができる。計算例として図-12に示す構造物に水平荷重 $H=10t$ を作用させた変形量を示す。初期張力を $10t$ 、 $20t$ 、 $100t$ の3通りに変化した場合の変形状態の違いがわかる。

なお、吊橋では、完成状態で、ケーブルに死荷重による大きな初期張力が作用している。したがって、このケーブルの初期張力を考慮して、活荷重の載荷計算をおこなえる機能が必要である。

8. FINAM/VFIX 実用例

昭和54年5月石川県尾口村に架設された吊橋、深瀬大橋は本プログラムにより架設時の形状管理を行ない良好な結果を得た。なお、本四連絡橋の大鳴門橋の検討解析にも、本プログラムを用いた。

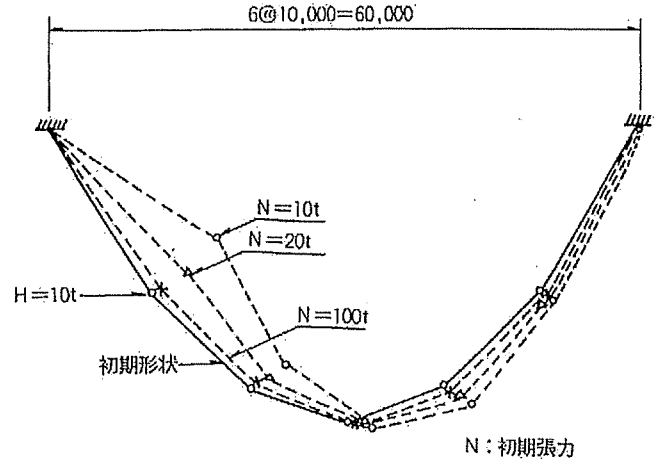


図-12

9. おわりに

当社の所有する吊橋などの長大橋梁構造解析プログラムには、本プログラム以外にも、面内影響線解析プログラム、面外固定荷重解析プログラム、面外影響線解析プログラム、吊橋のキャンバー計算プログラム、および振動解析用のプログラムがある。これらについては順次紹介する。

参考文献

- 1) 川口他；マトリックス変形法における有限変形理論，日本大学理工学研究所 集報，1971年